



Высокочастотная нелинейная динамика заряда в полупроводниковых сверхрешетках

Александр Баланов

a.balanov@lboro.ac.uk



#### Raphael Tsu (слева) и Leo Esaki (справа) в 1975 г.



a.balanov@lboro.ac.uk

#### Полупроводниковая сверхрешетка





Loughborough University



Цепь квантовых ям формирует 1D периодическую структуру подобную кристаллической решетке.

Но так как период такой решетки значительно больше, чем в любом естественном кристалле, стуктуру называют "сверхрешеткой" ("superlattice"- SL)

#### Энергетические минизоны



### Движение электрона в 1<sup>ой</sup> минизоне



# Постоянное электрическое поле генерирует регулярные Блоховские колебания





# Как управлять динамикой электронов?

#### с помощью магнитного поля



#### Loughborough University

#### Модельные уравнения I:



Электрическое поле: **F**(-*F*, 0, 0) Магнитное поле: **B**(Bcos $\Theta$ , 0, Bsin $\Theta$ ) Дисперсионная зависимость:

$$E(\mathbf{p}) = \frac{\Delta}{2} (1 - \cos \frac{p_x d}{\hbar}) + \frac{1}{2m^*} (p_y^2 + p_y^2)$$

импульс электрона:  $\mathbf{p}(p_x, p_y, p_x)$ 

Уравнение движения:

$$\dot{\mathbf{p}} = -e\mathbf{F} - e(\nabla_{\mathbf{p}} E \times \mathbf{B})$$

$$\dot{p}_{x} = eF - \hat{\omega}_{c} p_{y} \tan \Theta$$
$$\dot{p}_{y} = m^{*} \hat{\omega}_{c} \tan \Theta \frac{d\Delta}{2h} \sin(\frac{p_{x}d}{h}) - \hat{\omega}_{c} p_{z}$$
$$\dot{p}_{z} = \hat{\omega}_{c} p_{y}$$

циклотронная частота:  $\omega_c = eB / m^*$  $\hat{\omega}_c = \omega_c \cos \Theta$ 



Частота Блоха:  $\omega_b = eFd/\hbar$ Циклотронная частота:  $\hat{\omega}_c = eB\cos\theta/m^*$ 

$$\ddot{p}_{z} + \hat{\omega}_{c}^{2} p_{z} = -\frac{m^{*} \omega_{c}^{2} \Delta \sin 2\Theta}{4\hbar} \sin(\frac{d \tan \Theta}{\hbar} p_{z} - \omega_{b} t)$$

Маятник под воздействием плоской волны

Fromhold et al, PRL 87, 046803(2001) Balanov et al., PRE 77, 026209 (2008)



### Модельные уравнения III:

$$\ddot{p}_{z} + \hat{\omega}_{c}^{2} p_{z} = -\frac{m^{*} \omega_{c}^{2} \Delta \sin 2\Theta}{4\hbar} \sin(\frac{d \tan \Theta}{\hbar} p_{z} - \omega_{b} t)$$

Все другие координаты движения могут быть выражены в терминах *p*<sub>z</sub>:

$$p_x = eFt - \dot{p}_z \tan \Theta, \quad p_y = \hat{\omega}_c^{-1} \dot{p}_z$$

$$\dot{x} = \frac{d\Delta}{2\hbar} \sin(\frac{d\tan\Theta}{\hbar} p_z - \omega_b t), \quad \dot{y} = \frac{\dot{p}_z}{\hat{\omega}_c m^*}, \quad \dot{z} = \frac{\dot{p}_z}{m^*}$$





паутина формируется когда  $\omega_{b} / \omega_{c} \cos \Theta = n$ ~'F ~'B целое для дискретных

Стохастическая

для дискретных значений напряженности поля

В резонансах хаотические орбиты неограничены

ток сильный



Стохастическая паутина разрушается когда  $\omega_b / \omega_c \cos \Theta \neq n$ целое для большинства значений напряженности поля

Вне резонансов хаотические орбиты локализованы \_\_\_\_\_

ток слабый



175 fs

### Дрейфовая скорость электронов

$$v_d(F) = \frac{\delta}{\tau} \sum_{0}^{\infty} \int_{0}^{\infty} v_x(t) \exp(-t/\tau) dt$$
  
время рассеяния

<u>θ=0</u>0 Возникновение блоховских v<sub>d</sub> (arb.units) колебаний локализует электроны и уменьшает их дрейфовую скорость 0 2 3 F (10<sup>6</sup> V m<sup>-1</sup>) 5 4

суммирование по всем начальным скоростям





175 fs

### Дрейфовая скорость электронов

$$v_d(F) = \frac{1}{\tau} \sum_{t=0}^{\infty} \int_0^{\infty} v_x(t) \exp(-t/\tau) dt$$



суммирование по всем начальным скоростям

Fromhold et al., *Phys. Rev. Lett.* **87**, 046803 (2001); *Nature* **428**, 726 (2004) Fowler et al., *Phys. Rev. B.* **76**, 245303 (2007)

Balanov et al., *Phys. Rev. E.* **77**, 026209 (2008)

Related work on "Ultrafast Fiske Effect" by Kosevich et al., *Phys. Rev. Lett.* **96**, 137403 (2006)



*v<sub>d</sub>*(*F*) кривые использовались

$$v_d(F) = \frac{1}{\tau} \sum_{t=0}^{\infty} \int_0^{\infty} v_x(t) \exp(-t/\tau) dt$$



#### Полуклассическая модель электронного транспорта





#### Полуклассическая модель электронного транспорта



- Решается уравнения сохранения заряда  $dn_m/dt = (J_m J_{m+1})/e\Delta x$ ,
- и уравнения Пуассона  $F_{m+1}$   $F_m = (n_m n_D) e\Delta x / \varepsilon_0 \varepsilon_r$
- Требуется, чтобы сумма падений напряжения на всех слоях = V

• Вычисляется ток 
$$I(t) = \frac{A}{N+1} \sum_{m=0}^{N} J_m$$



Fromhold et al., *Nature* **428**, 726 (2004); Balanov et al., *PRE* **77**, 026209 (2008)





## Выводы

 Динамика электронов в минизоне полупроводниковой сверхрешетки, находящейся под воздействием электрического и наклонного магнитного поля, может иметь сложный хаотический характер (КАМ и не-КАМ хаос).

• Сложные динамические режимы электронов могут быть использованы для управления электрической проводимостью сверхрешетки.





Высокочастотная нелинейная динамика заряда в полупроводниковых сверхрешетках

Александр Баланов

a.balanov@lboro.ac.uk

#### Loughborough University

#### Модельные уравнения:



Электрическое поле: **F**(-*F*, 0, 0) Магнитное поле: **B**(Bcos $\Theta$ , 0, Bsin $\Theta$ ) Дисперсионная зависимость:

$$E(\mathbf{p}) = \frac{\Delta}{2} (1 - \cos \frac{p_x d}{\hbar}) + \frac{1}{2m^*} (p_y^2 + p_y^2)$$

импульс электрона:  $\mathbf{p}(p_x, p_y, p_x)$ 

Уравнение движения:

$$\dot{\mathbf{p}} = -e\mathbf{F} - e(\nabla_{\mathbf{p}}E \times \mathbf{B})$$

$$\dot{p}_{x} = eF - \hat{\omega}_{c} p_{y} \tan \Theta$$
$$\dot{p}_{y} = m^{*} \hat{\omega}_{c} \tan \Theta \frac{d\Delta}{2h} \sin(\frac{p_{x}d}{h}) - \hat{\omega}_{c} p_{z}$$
$$\dot{p}_{z} = \hat{\omega}_{c} p_{y}$$

циклотронная частота:  $\omega_c = eB / m^*$  $\hat{\omega}_c = \omega_c \cos \Theta$ 



Loughborough University



влияет на коллективное распределение электронов и профиль электрического поля вдоль сверхрешетки...



Fromhold et al., *Nature* **428**, 726 (2004); Balanov et al., *PRE* **77**, 026209 (2008)

#### Полуклассическая модель электронного транспорта



- Решается уравнения сохранения заряда  $dn_m/dt = (J_m J_{m+1})/e\Delta x$ ,
- и уравнения Пуассона  $F_{m+1}$   $F_m = (n_m n_D) e\Delta x / \varepsilon_0 \varepsilon_r$
- Требуется, чтобы сумма падений напряжения на всех слоях = V

• Вычисляется ток 
$$I(t) = \frac{A}{N+1} \sum_{m=0}^{N} J_m$$





Детерминированный хаос управляет статическими доменами заряда



Теория



- G.a.











Концентрация электронов как функция t и х вдоль SL.

Белым показаны области доменов заряда, где концентрация электронов велика





Концентрация электронов как функция t и х вдоль SL.

Белым показаны области доменов заряда, где концентрация электронов велика

Домены дрейфуют вдоль SL









Электроны ускоряются приложенным V, достигая максимальной скорости вдоль пунктирной линии, где F совпадает с Esaki-Tsu пиком в  $v_{d}(F)$ 





Электроны ускоряются приложенным *V*, достигая максимальной скорости вдоль пунктирной линии, где *F* совпадает с Esaki-Tsu пиком в *v<sub>o</sub>*(*F*)

когда электроны пересекают эту линию они замедляются и аккумулируются в домен





Электроны ускоряются приложенным *V*, достигая максимальной скорости вдоль пунктирной линии, где *F* совпадает с Esaki-Tsu пиком в *v<sub>o</sub>*(*F*)

когда электроны пересекают эту линию они замедляются и аккумулируются в домен

Дрейфуя домен растет, поддерживая V постоянной





когда домен преоывает на коллектор, I(t) возникает пик





Когда домен пребывает на коллектор, в *I*(*t*) возникает пик

Другой домен фромируется вблизи эмиттера и цикл повторяется





Phys. Lett. 74, 2179 (1999)]



Когда **В** наклонено, колебания *I*(*t*) имеют большую амлитуду и более сложную форму



Когда **В** наклонено, колебания *I*(*t*) имеют большую амлитуду и более сложную форму

так как больше доменов (здесь 4) вовлечено в транспорт заряда







Когда θ = 0<sup>0</sup>, есть только один регион с отрицательной дифференциальной скоростью





Когда *θ* = 0<sup>0</sup>, есть только один регион с отрицательной дифференциальной скоростью

Но для  $\theta$  = 40<sup>0</sup>, их 4, и каждый генерирует домен заряда





Наиболее мощный домен запускается регионом отрицательной дифф. скорости после пика *r* = 1

локус которого показан пунктирной линией









Формирование *r* = 0.5, 1 и 2 доменов создает дополнительные пики в *l*(*t*)



Домены иногда сливаются, образуя "сверхдомен"...



Домены иногда сливаются образуя "сверхдомен"...

...который создает большой пик в *I*(*t*), когда пребывает на коллектор

Сравним спектры мощности *I*(*t*) для  $\theta = 0^{\circ}$  и  $\theta = 40^{\circ}$ 













## Выводы

 Динамика доменов заряда в полупроводниковых сверхрешетках может быть использована для генерации суб-ТГц и ТГц сигналов.

 Приложенное наклонное магнитное поле может существенно улучшить частотные и амплитудные характеристики устройств на базе полупроводниковых сверхрешеток.

 Результаты предлагают способ управления коллективным транспортом в сверхрешетках (и похожих системах), основанный на знании одноэлектронной динамики в системе.

M.T Greenaway et al., PRB 80 205308 (2009)